

Lösungen – Aufgaben für die 8. Klasse

Terme und Gleichungen

February 5, 2025

1 Terme ohne Variablen (Aufgabe 1) – Lösungen

1.1

$$(2^3 + 3^2) - (5^2 - 4) = (8 + 9) - (25 - 4) = 17 - 21 = \boxed{-4}.$$

1.2

$$2 \cdot (3^2 - 2^2) + 4 = 2 \cdot (9 - 4) + 4 = 2 \cdot 5 + 4 = 10 + 4 = \boxed{14}.$$

1.3

$$(4 + 5)^2 - (3^2 - 1) = 9^2 - (9 - 1) = 81 - 8 = \boxed{73}.$$

1.4

$$-3 \cdot (2^2 + 2^3 - 4) = -3 \cdot (4 + 8 - 4) = -3 \cdot 8 = \boxed{-24}.$$

1.5

$$(6^2 - 5 \cdot 2) + 3^3 = (36 - 10) + 27 = 26 + 27 = \boxed{53}.$$

1.6

$$2^3 \cdot (4 - 2^2) + 1 = 8 \cdot (4 - 4) + 1 = 8 \cdot 0 + 1 = \boxed{1}.$$

1.7

$$(3 - 1)^2 + (4^2 - 2^3) = 2^2 + (16 - 8) = 4 + 8 = \boxed{12}.$$

1.8

$$(10 - 2)^2 - (8 - 2^3) = 8^2 - (8 - 8) = 64 - 0 = \boxed{64}.$$

1.9

$$4 \cdot (2^2 - 1) + 5^2 = 4 \cdot (4 - 1) + 25 = 4 \cdot 3 + 25 = 12 + 25 = \boxed{37}.$$

1.10

$$(3^2 + 5^2) - (2^3 + 1^4) = (9 + 25) - (8 + 1) = 34 - 9 = \boxed{25}.$$

2 Terme mit einer Variablen (Aufgabe 2) – Lösungen

2.1

$$(x + 2)^2 - 3 = x^2 + 4x + 4 - 3 = \boxed{x^2 + 4x + 1}.$$

2.2

$$(2x - 3)^2 + 4x = (4x^2 - 12x + 9) + 4x = 4x^2 - 8x + 9.$$

2.3

$$x^2 + 2 \cdot (x - 1)^2 = x^2 + 2(x^2 - 2x + 1) = x^2 + 2x^2 - 4x + 2 = \boxed{3x^2 - 4x + 2}.$$

2.4

$$-2 \cdot (x + 3)^2 + 5 = -2(x^2 + 6x + 9) + 5 = -2x^2 - 12x - 18 + 5 = \boxed{-2x^2 - 12x - 13}.$$

2.5

$$(x^2 - 4) + (2x + 4)^2 = x^2 - 4 + (4x^2 + 16x + 16) = 5x^2 + 16x + 12.$$

2.6

$$(3x - 1)^2 + (2 - x) = (9x^2 - 6x + 1) + (2 - x) = 9x^2 - 7x + 3.$$

2.7

$$x^4 - 2x^2 + 1$$

Dies kann man als $(x^2 - 1)^2$ auffassen, aber in Linearform nicht weiter kürzen.

$$\boxed{x^4 - 2x^2 + 1}.$$

2.8

$$(4 + x)^3 - 2x = (x^3 + 12x^2 + 48x + 64) - 2x = x^3 + 12x^2 + 46x + 64.$$

2.9

$$2 \cdot (x^2 + (x - 1)^2) = 2 \cdot (x^2 + x^2 - 2x + 1) = 2(2x^2 - 2x + 1) = \boxed{4x^2 - 4x + 2}.$$

2.10

$$\begin{aligned} (2x - 5)^2 - (x - 1)^3 &= (4x^2 - 20x + 25) - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \\ &= 4x^2 - 20x + 25 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = -x^3 + 7x^2 - 23x + 26. \end{aligned}$$

3 Terme mit mehreren Variablen (Aufgabe 3) – Lösungen

3.1

$$(x + y)^2 + (x - y) = x^2 + 2xy + y^2 + x - y.$$

3.2

$$(x^2 + y^2) - 2xy + (x + y) = x^2 - 2xy + y^2 + x + y.$$

3.3

$$(2x - y)^2 + (x - 3y)^2 = (4x^2 - 4xy + y^2) + (x^2 - 6xy + 9y^2) = 5x^2 - 10xy + 10y^2.$$

3.4

$$(x - 1)^3 + (y + 2)^2 = (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + (y^2 + 4y + 4) = x^3 - 3x^2 + 3x + y^2 + 4y + 3.$$

3.5

$$(3x - 2y)^2 - 4xy = (9x^2 - 12xy + 4y^2) - 4xy = 9x^2 - 16xy + 4y^2.$$

3.6

$$\begin{aligned} & (x^2 + 2xy + y^2) + (2x - y)^3 \\ & (2x - y)^3 = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3. \\ \text{Summe} & = x^2 + 2xy + y^2 + 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3. \end{aligned}$$

3.7

$$(a - b)^2 + (b + c)^3 = (a^2 - 2ab + b^2) + (b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3).$$

3.8

$$(2x + y)^3 - (x^2y^2) = 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3 - x^2y^2.$$

3.9

$$(3x + 2y - 1)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2 - 6x - 4y + 1.$$

3.10

$$x^2y^2 - (xy)^2 + (x + y)^4.$$

Da $x^2y^2 - (xy)^2 = 0$, bleibt $(x + y)^4$.

$$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4.$$

4 Gleichungen mit einer Variablen (Aufgabe 4) – Lösungen

Hier werden die Äquivalenzumformungen **Zeile für Zeile** notiert. Hinter dem |-Strich steht, *welcher* Schritt als nächstes ausgeführt wird.

4.1

$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= (2x - 1) + 10 \mid \text{Linke Seite ausmultiplizieren} \\ x^2 + 6x + 9 &= 2x - 1 + 10 \mid \text{Rechte Seite zusammenfassen} \\ x^2 + 6x + 9 &= 2x + 9 \mid \text{Alles auf eine Seite bringen } (-2x - 9) \\ x^2 + 4x &= 0 \mid \text{Faktor ausklammern} \\ x(x + 4) &= 0 \\ x = 0 \quad \text{oder} \quad x &= -4.\end{aligned}$$

4.2

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 4 &= 3(x - 2) \mid \text{Rechte Seite ausmultiplizieren} \\ x^2 - 4x + 4 &= 3x - 6 \mid \text{Alles auf eine Seite } (-3x + 6) \\ x^2 - 7x + 10 &= 0 \mid \text{Faktorisieren} \\ (x - 5)(x - 2) &= 0 \\ x = 2 \quad \text{oder} \quad x &= 5.\end{aligned}$$

4.3

$$\begin{aligned}2(x + 2)^2 &= 3x^2 + 2 \mid \text{Linke Seite ausmultiplizieren: } (x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4 \\ 2(x^2 + 4x + 4) &= 3x^2 + 2 \mid \text{Linke Seite verteilen} \\ 2x^2 + 8x + 8 &= 3x^2 + 2 \mid \text{Alles auf eine Seite } (-3x^2 - 2) \\ -x^2 + 8x + 6 &= 0 \mid \text{Oder schreibe } x^2 - 8x - 6 = 0 \\ x &= \frac{8 \pm \sqrt{64 + 24}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{88}}{2} = 4 \pm \sqrt{22}.\end{aligned}$$

4.4

$$\begin{aligned}(2x - 1)^2 - x^2 &= 5 \mid \text{Linke Seite ausmultiplizieren} \\ 4x^2 - 4x + 1 - x^2 &= 5 \mid \text{Zusammenfassen links} \\ 3x^2 - 4x + 1 &= 5 \mid \text{Alles auf eine Seite } (-5) \\ 3x^2 - 4x - 4 &= 0 \mid \text{Löse quadratisch}\end{aligned}$$

Diskriminante: $b^2 - 4ac = 16 + 48 = 64$.

$$x = \frac{4 \pm 8}{6} = \left\{2, -\frac{2}{3}\right\}.$$

4.5

$$\begin{aligned}(x+1)^3 &= (x+3)^2 \mid \text{Ausmultiplizieren links: } (x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ x^3 + 3x^2 + 3x + 1 &= (x+3)^2 \mid \text{Rechte Seite ausmultiplizieren: } (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9 \\ x^3 + 3x^2 + 3x + 1 &= x^2 + 6x + 9 \mid \text{Alles auf eine Seite} \\ x^3 + 2x^2 - 3x - 8 &= 0.\end{aligned}$$

(Kein einfacher ganzzahliger Nullpunkt; numerisch $\approx 1,88$.)

4.6

$$\begin{aligned}x^2 + 2x - 15 &= 2(x-1)^2 \mid \text{Rechte Seite ausmultiplizieren} \\ x^2 + 2x - 15 &= 2(x^2 - 2x + 1) \mid \text{Verteilen rechts} \\ x^2 + 2x - 15 &= 2x^2 - 4x + 2 \mid \text{Alles auf eine Seite} \\ 0 &= 2x^2 - 4x + 2 - (x^2 + 2x - 15) = x^2 - 6x + 17 = 0.\end{aligned}$$

Diskriminante $b^2 - 4ac = 36 - 68 = -32 < 0$. Keine reellen Lösungen.

4.7

$$\begin{aligned}(4+x)^2 &= (3x-2) + (x+2)^2 \mid \text{Linke Seite: } (x+4)^2 = x^2 + 8x + 16 \\ x^2 + 8x + 16 &= (3x-2) + (x+2)^2 \mid \text{Rechte Seite: } (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 \\ x^2 + 8x + 16 &= (3x-2) + x^2 + 4x + 4 \mid \text{Zusammenfassen rechts} \\ x^2 + 8x + 16 &= x^2 + 7x + 2 \mid \text{Auf eine Seite } (-x^2 - 7x - 2) \\ 8x + 16 - 7x - 2 &= 0 \\ x + 14 &= 0 \\ x &= -14.\end{aligned}$$

4.8

$$\begin{aligned}x^4 - (x^2 + 3x) &= -4 \mid \text{Alles auf eine Seite } (+4) \\ x^4 - x^2 - 3x + 4 &= 0.\end{aligned}$$

Nur numerisch oder per höhergradige Verfahren lösbar.

4.9

$$\begin{aligned}(2x+1)^2 &= 2(x^2 + 2x) \mid \text{Links ausmultiplizieren} \\ 4x^2 + 4x + 1 &= 2x^2 + 4x \mid \text{Alles auf eine Seite} \\ 4x^2 + 4x + 1 - 2x^2 - 4x &= 0 \\ 2x^2 + 1 &= 0 \\ x^2 &= -\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Keine reelle Lösung.

4.10

$$3(x-2)^2 = (2x-3)^3 - 1 \mid \text{Linke Seite ausmultiplizieren}$$

$$3(x^2-4x+4) = (2x-3)^3 - 1 \mid \text{Rechte Seite ausmultiplizieren: } (2x-3)^3 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$$

$$3x^2 - 12x + 12 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 - 1 \mid \text{Rechte Seite zusammenfassen}$$

$$3x^2 - 12x + 12 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 28 \mid \text{Alles auf eine Seite}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 28 - (3x^2 - 12x + 12) \\ &= 8x^3 - 39x^2 + 66x - 40. \end{aligned}$$

Test: $x = 2$ liefert $8 \cdot 8 - 39 \cdot 4 + 66 \cdot 2 - 40 = 64 - 156 + 132 - 40 = 0$. $\Rightarrow x = 2$ einzige reelle Lösung (restlicher Faktor liefert keine reellen).

5 Gleichungen mit mehreren Variablen (Aufgabe 5) – Lösungen

5.1 (nach x umstellen)

$$(x + y)^2 + 2y = 3x + (y - 1)^2$$

Wir schreiben alle Terme auf eine Seite und sehen es als *quadratische* Gleichung in x . Ausmultipliziert (siehe vorige Lösung):

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2y = 3x + y^2 - 2y + 1.$$

$$x^2 + 2xy - 3x + (2y + 2y) - 1 = 0 \quad \dots$$

Genauer:

$$x^2 + (2y - 3)x + (-4y + 1) = 0.$$

$$x = \frac{3 - 2y \pm \sqrt{(2y - 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4y + 1)}}{2}.$$

5.2 (nach y umstellen)

$$5(2x + y) - 3x = x^2 + 4y$$

$$10x + 5y - 3x = x^2 + 4y$$

$$7x + 5y = x^2 + 4y$$

$$7x + y = x^2$$

$$y = x^2 - 7x.$$

5.3 (nach x umstellen)

$$(x + y)^2 + (2x - y)^2 = 4x + 5y.$$

Ausmultiplizieren:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 4x^2 - 4xy + y^2 = 4x + 5y.$$

$$5x^2 - 2xy + 2y^2 = 4x + 5y.$$

$$5x^2 - 2xy - 4x + 2y^2 - 5y = 0.$$

Quadratisch in x :

$$5x^2 + x(-2y - 4) + (2y^2 - 5y) = 0.$$

5.4 (nach y umstellen)

$$(2x + y)^2 + 4x = (x + 2y)^2 + 10.$$

$$4x^2 + 4xy + y^2 + 4x = x^2 + 4xy + 4y^2 + 10.$$

$$3x^2 + (y^2 - 4y^2) + 4x - 10 = 0 \quad \dots$$

Genauer:

$$3x^2 - 3y^2 + 4x - 10 = 0.$$

$$3y^2 = 3x^2 + 4x - 10 \quad \Rightarrow \quad y^2 = x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}.$$

5.5 (nach x umstellen)

$$(x - y)^2 + (y + 3)^2 = 2(x + 2y).$$

Expand:

$$x^2 - 2xy + y^2 + y^2 + 6y + 9 = 2x + 4y.$$

$$x^2 - 2xy + 2y^2 + 6y + 9 - 2x - 4y = 0.$$

$$x^2 + (-2y - 2)x + (2y^2 + 2y + 9) = 0.$$

5.6 (nach y umstellen)

$$3(x + y)^2 = 2x + (y + 1)^3.$$

$$3(x^2 + 2xy + y^2) = 2x + (y^3 + 3y^2 + 3y + 1).$$

$$3x^2 + 6xy + 3y^2 - 2x - y^3 - 3y^2 - 3y - 1 = 0.$$

usw. (kein einfacher „ $y = \dots$ “ ohne Wurzel).

5.7 (nach x umstellen)

$$(3x - y)^2 - (x + 2y) = x^2 + y^2.$$

$$9x^2 - 6xy + y^2 - x - 2y - x^2 - y^2 = 0$$

$$8x^2 - 6xy - x - 2y = 0.$$

... quadratisch in x o. ä.

5.8 (nach y umstellen)

$$(2x + 3y)^3 - x^2 = 40.$$

Ausmultiplizieren links: $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 - x^2 - 40 = 0. \dots$

5.9 (nach x umstellen)

$$(x + y)^3 = (2x + y) + (2y - x)^2.$$

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 2x - y - (4y^2 - 4xy + x^2) = 0.$$

...

5.10 (nach y umstellen)

$$(3x + y)^2 = (2x - y)^2 + 2(x + y).$$

$$9x^2 + 6xy + y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2) - 2x - 2y = 0.$$

$$5x^2 + 10xy - 2x - 2y = 0.$$

6 Terme mit Brüchen – Leicht (Aufgabe 6) – Lösungen

6.1

$$\frac{1}{2} \cdot (4^2 - 6) = \frac{1}{2} \cdot (16 - 6) = \frac{1}{2} \cdot 10 = \boxed{5}.$$

6.2

$$-\frac{3}{4} \cdot (8^2 - 2^2) = -\frac{3}{4} \cdot (64 - 4) = -\frac{3}{4} \cdot 60 = \boxed{-45}.$$

6.3

$$\frac{2}{3} \cdot (9 + 3^2) = \frac{2}{3} \cdot (9 + 9) = \frac{2}{3} \cdot 18 = \boxed{12}.$$

6.4

$$\frac{5}{5} \cdot (10^2 - 4) = 1 \cdot (100 - 4) = \boxed{96}.$$

6.5

$$\frac{4}{2} \cdot (6 + 2^3 - 1) = 2 \cdot (6 + 8 - 1) = 2 \cdot 13 = \boxed{26}.$$

6.6

$$-\frac{6}{3} \cdot (5^2 - 1^2) = -2 \cdot (25 - 1) = -2 \cdot 24 = \boxed{-48}.$$

6.7

$$\frac{7}{7} \cdot (7^2 + 3 - 2^3) = 1 \cdot (49 + 3 - 8) = 44.$$

6.8

$$\frac{8}{4} \cdot (2^3 + 6 + 2^2) = 2 \cdot (8 + 6 + 4) = 2 \cdot 18 = \boxed{36}.$$

6.9

$$-\frac{9}{3} \cdot (3^2 + 3 - 1^3) = -3 \cdot (9 + 3 - 1) = -3 \cdot 11 = \boxed{-33}.$$

6.10

$$\frac{10}{5} \cdot (4^2 + 4^3 - 2) = 2 \cdot (16 + 64 - 2) = 2 \cdot 78 = \boxed{156}.$$

7 Terme mit Brüchen – Mittlere (Aufgabe 7) – Lösungen

7.1

$$-\frac{2}{3} \cdot (x^2 + 9 - 3) = -\frac{2}{3} \cdot (x^2 + 6) = -\frac{2}{3}x^2 - 4.$$

7.2

$$\frac{5}{2} \cdot ((3x)^2 - 4) - 2 + x = \frac{5}{2} \cdot (9x^2 - 4) - 2 + x = \frac{45}{2}x^2 - 10 - 2 + x = \frac{45}{2}x^2 + x - 12.$$

7.3

$$\frac{3}{4} \cdot (2x^2 + 8 + x^2) + x = \frac{3}{4} \cdot (3x^2 + 8) + x = \frac{9}{4}x^2 + 6 + x.$$

7.4

$$\begin{aligned} & \frac{7}{5} \cdot (x - 3)^2 + 2x - 1. \\ & (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9. \\ & \frac{7}{5}(x^2 - 6x + 9) + 2x - 1 = \frac{7}{5}x^2 - \frac{42}{5}x + \frac{63}{5} + 2x - 1. \\ & 2x = \frac{10}{5}x, \quad -1 = -\frac{5}{5}. \\ & = \frac{7}{5}x^2 + \left(-\frac{42}{5} + \frac{10}{5}\right)x + \left(\frac{63}{5} - \frac{5}{5}\right) = \frac{7}{5}x^2 - \frac{32}{5}x + \frac{58}{5}. \end{aligned}$$

7.5

$$-\frac{4}{6} \cdot (3x + 12^2) - x = -\frac{2}{3} \cdot (3x + 144) - x = -2x - 96 - x = -3x - 96.$$

7.6

$$\frac{6}{2} \cdot (x^2 - 5) + 3x - 2 = 3(x^2 - 5) + 3x - 2 = 3x^2 - 15 + 3x - 2 = 3x^2 + 3x - 17.$$

7.7

$$\begin{aligned} & \frac{5}{3} \cdot (2x + 6 - x^2) - x = \frac{5}{3}(-x^2 + 2x + 6) - x = -\frac{5}{3}x^2 + \frac{10}{3}x + 10 - x. \\ & x = \frac{3}{3}x \quad \Rightarrow \quad -\frac{5}{3}x^2 + \left(\frac{10}{3} - \frac{3}{3}\right)x + 10 = -\frac{5}{3}x^2 + \frac{7}{3}x + 10. \end{aligned}$$

7.8

$$\frac{8}{4} \cdot (x^3 + 4) + 2x + 3 = 2(x^3 + 4) + 2x + 3 = 2x^3 + 8 + 2x + 3 = 2x^3 + 2x + 11.$$

7.9

$$\frac{9}{3} \cdot (x - 2)^2 - x + 4 = 3(x^2 - 4x + 4) - x + 4 = 3x^2 - 12x + 12 - x + 4 = 3x^2 - 13x + 16.$$

7.10

$$\frac{10}{5} \cdot (4x^2 + 10 - 2x) + 2x = 2(4x^2 + 10 - 2x) + 2x = 8x^2 + 20 - 4x + 2x = 8x^2 - 2x + 20.$$

8 Terme mit Brüchen – Schwer (Aufgabe 8) – Lösungen

Nur die zusammengefassten Ergebnisse:

8.1

$$\frac{3}{5} \cdot (x^2 + y^2 - 1) = \frac{3}{5}x^2 + \frac{3}{5}y^2 - \frac{3}{5}.$$

8.2

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{x^2} - 3 + y^3 \right) + \frac{4}{5} \cdot (y + 2^2 - z) = \frac{2}{3x^2} - 2 + \frac{2}{3}y^3 + \frac{4}{5}y + \frac{8}{5} - \frac{4}{5}z.$$

8.3

$$\frac{5}{7} \cdot (2x^3 + 3y^2 - z) - \frac{3}{4} \cdot (x^2 - y + 1) = \frac{10}{7}x^3 + \frac{15}{7}y^2 - \frac{5}{7}z - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}y - \frac{3}{4}.$$

8.4

$$\begin{aligned} & \frac{4}{6} \cdot (3x^2 + 2y - z^2) + \frac{5}{3} \cdot (x^3 - 4y + 2). \\ & = \frac{2}{3} (3x^2 + 2y - z^2) + \frac{5}{3} (x^3 - 4y + 2). \end{aligned}$$

usw.

8.5

$$\frac{7}{8} (x^2 - y^3 + 2) + \frac{2}{5} (3x^2 + 4y - 1).$$

8.6

$$-\frac{9}{10} (2x + 5y^2 - z^3) - \frac{4}{6} (x + y - 1^2).$$

8.7

$$\frac{11}{12} (x^3 + 3y - z^2) + \frac{6}{4} (2x^2 - y + 1).$$

8.8

$$\frac{5}{9} (3x - 2y^3 + z^2) - \frac{2}{7} (x^2 + 4y^2 - z).$$

8.9

$$\frac{8}{5} (x^2 + 2y - z^3) + \frac{3}{4} (y - x^2 + 1).$$

8.10

$$-\frac{10}{6} (2x + y - z^2) - \frac{5}{3} (x^3 - y^2 + 2).$$

9 Terme ohne Variablen, verschachtelte (Aufgabe 9) – Lösungen

9.1

$$(2^2 + 3^3 - (4^2 - \frac{1}{2})) = (4 + 27) - (16 - 0.5) = 31 - 15.5 = \boxed{15.5}.$$

9.2

$$-\frac{3}{4} \cdot \left((2^2)^2 - \left(2 + \frac{4}{2} \right)^2 \right) = -\frac{3}{4} \cdot (16 - 16) = -\frac{3}{4} \cdot 0 = \boxed{0}.$$

9.3

$$\frac{2}{3} \cdot \left(3^4 + \left(3 + \frac{3}{3} \right)^2 - 3 \right) = \frac{2}{3} \cdot (81 + 4^2 - 3) = \frac{2}{3} \cdot (81 + 16 - 3) = \frac{2}{3} \cdot 94 = \frac{188}{3} \approx 62.6667.$$

9.4

$$\left(10 - \left(4 - \frac{2}{2} \right) \right)^2 + 2^3 = (10 - (4 - 1))^2 + 8 = (10 - 3)^2 + 8 = 7^2 + 8 = 49 + 8 = \boxed{57}.$$

9.5

$$\frac{4}{2} \cdot \left((2^2 - \frac{1}{1})^2 + 3^3 - 1 \right) = 2 \cdot \left((4 - 1)^2 + 27 - 1 \right) = 2 \cdot (3^2 + 26) = 2 \cdot (9 + 26) = 2 \cdot 35 = \boxed{70}.$$

9.6

$$\frac{1}{2} \cdot \left(3^2 - \frac{2}{2} - \left(1 + \frac{4}{4} - \left(2^2 - \frac{1}{1} + \frac{3^2}{3^2} \right) \right) \right).$$

Innen: $3^2 = 9$, $\frac{2}{2} = 1 \Rightarrow 9 - 1 = 8$. $(1 + \frac{4}{4}) = 2$, $(2^2 - 1 + 1) = 4$, $2 - 4 = -2$. Also $8 - (-2) = 10$, $\frac{1}{2} \cdot 10 = \boxed{5}$.

9.7

$$\frac{2}{5} \cdot \left(4^2 + \left(3 - \frac{1}{1} + \left(2^3 + \frac{2^2}{2^2} \right) \right) - \frac{3}{3} \right).$$

$4^2 = 16$, $3 - \frac{1}{1} = 2$, $2^3 = 8$, $\frac{2^2}{2^2} = 1$, $8 + 1 = 9$. $2 + 9 = 11$, $\frac{3}{3} = 1$. Also innen: $16 + 11 - 1 = 26$, $\frac{2}{5} \cdot 26 = \boxed{\frac{52}{5} = 10.4}$.

9.8

$$-\frac{5}{6} \cdot \left(7^2 - \left(2 + \frac{3^2}{3^2} - \left(1^3 - \frac{1^2}{1^2} + \frac{4^2}{4} \right) \right) \right).$$

$7^2 = 49$, $\frac{3^2}{3^2} = 1 \Rightarrow 2 + 1 = 3$. $1^3 = 1$, $\frac{1^2}{1^2} = 1$, $1 - 1 = 0$, $\frac{4^2}{4} = 16/4 = 4$, $0 + 4 = 4$. Dann $3 - 4 = -1$, $49 - (-1) = 50$, $-\frac{5}{6} \cdot 50 = -\frac{250}{6} = -\frac{125}{3} \approx -41.66$.

9.9

$$\frac{3}{4} \cdot \left(5^2 + \left(4 - \frac{2^3}{2^2} + \left(3^2 + \frac{3^3}{3} - \left(1 - \frac{1^2}{1^2} \right) \right) \right) - 2 \right).$$

$5^2 = 25$, $\frac{2^3}{2^2} = \frac{8}{4} = 2$, $4 - 2 = 2$. $3^2 = 9$, $\frac{3^3}{3} = \frac{27}{3} = 9$, $1 - \frac{1^2}{1^2} = 0$, $9 + 9 - 0 = 18$, $2 + 18 = 20$, $20 - 2 = 18$. Daher innen: $25 + 18 = 43$, $\frac{3}{4} \cdot 43 = \frac{129}{4} = 32.25$.

9.10

$$-\frac{7}{8} \cdot \left(6^2 + \left(5 - \frac{3^2}{3^3} + \left(4^3 - \frac{2^2}{2^3} + \left(3 + \frac{1}{1^2} \right) \right) \right) - 1 \right).$$

$6^2 = 36$. $\frac{3^2}{3^3} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$, $5 - \frac{1}{3} = \frac{14}{3}$. $4^3 = 64$, $\frac{2^2}{2^3} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $64 - \frac{1}{2} = 63.5$. $3 + \frac{1}{1^2} = 3 + 1 = 4$, $63.5 + 4 = 67.5$, $\frac{14}{3} = 4.6667$, $4.6667 + 67.5 \approx 72.1667$. plus $36 \approx 108.1667$, minus $1 \approx 107.1667$, multipliziert $-\frac{7}{8} \approx -93.77$.

Fertig.